
EXERCICES 2 B

1. Démontrer que les affirmations suivantes sont équivalentes pour $a, b, c \in \mathbb{R}$:

- (i) $|a - b| < c$
- (ii) $b - c < a < b + c$

2. Soit A et B des sous-ensembles non-vides de \mathbb{R} . On définit

$$A + B := \{a + b : a \in A, b \in B\}.$$

Montrer que si A and B sont majorés, alors $A + B$ l'est aussi et que

$$\inf(A + B) = \inf A + \inf B$$

et

$$\sup(A + B) = \sup A + \sup B.$$

3. Soit A et B des sous-ensembles non-vides de $\mathbb{R}^{>0}$. On définit

$$AB := \{ab : a \in A, b \in B\}.$$

- (a) Montrer que si A and B sont majorés, alors AB l'est aussi et que

$$\sup(AB) = \sup A \sup B.$$

- (b) Est-ce que c'est toujours nécessairement vrai si A et B sont des sous-ensembles de \mathbb{R} ?